

# Dalla nascita della Matematica ad Euclide



**Priorità Strategiche Nazionali  
Secondo Incontro per gli insegnanti**

**ANGELICA MALASPINA**

**[angelica.malaspina@unibas.it](mailto:angelica.malaspina@unibas.it)**

**DiMIE-UNIBAS**

**07/06/2023**

**seminario on line**

# Matematica egizia



- Nel mondo ellenistico, l'antichissimo Egitto era considerato la culla della scienza.
- Nel I sec. a.C. Diodoro Siculo scriveva, nel primo libro della sua Bibliotheca (I, 69), che gli Egizi sarebbero stati gli inventori non soltanto della scrittura, ma anche della geometria.
- Quattro secoli prima, Erodoto, il padre della storiografia, aveva visitato l'Egitto e aveva riferito (Historiae, II, 109) che sotto il re Sesostri per assicurare le imposte statali l'intero paese era stato lottizzato e che, dopo ogni straripamento del Nilo, i terreni, a causa dei cambiamenti subiti, erano subito rimisurati; in questo modo, secondo la sua opinione, era stata scoperta l'arte dell'agrimensura.
- Le nostre conoscenze confermano questa tradizione greca.

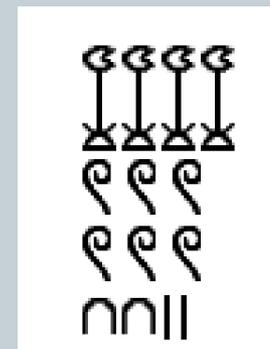


- Nel 1799 la scoperta della stele di Rosetta, redatta in tre lingue (greco, demotico e geroglifico) consentì di fare rapidi progressi nella decifrazione dei geroglifici, anche della numerazione (in base 10)
- Grazie ad un semplice schema iterativo, gli egiziani riuscivano a incidere nella pietra, nel legno e in altri materiali, numeri superiori al milione.



Valore	1	10	100	1 000	10 000	100 000	1 milione, o infinito
Geroglifici		∩	∩				
Descrizione	Tratto	Arco	Vortice	Nymphaea (chiamata anche Lotus)	Dito	Uccello o Rana	Uomo seduto con le mani alzate

I multipli di questi valori venivano espressi ripetendo il simbolo tante volte quante era necessario, fino a un massimo di 9 volte. Ad esempio, un'iscrizione proveniente da Karnak mostra il numero 4622 come





- Anche i numeri razionali possono essere espressi, ma solo come somme di frazioni unitarie, cioè come somme di reciproci di numeri interi positivi, con l'eccezione di  $2/3$  e  $3/4$ . Il geroglifico usato per indicare una frazione era quello della bocca (un po' simile anche se per nulla uguale a quello dell'occhio), che significava anche "parte".
- Le frazioni venivano dunque scritte con questo segno, che indicava anche il numeratore 1, e il denominatore positivo sotto.

Quindi,  $1/3$  si scriveva:

$$\text{☉} \text{|||} = \frac{1}{3}$$

- C'erano dei simboli speciali per indicare  $1/2$  e due frazioni non unitarie,  $2/3$  (usato spesso) e  $3/4$  (usato meno frequentemente):

$$\text{☉} = \frac{1}{2} \quad \text{☉} \text{||} = \frac{2}{3} \quad \text{☉} \text{|||} = \frac{3}{4}$$



Le fonti a cui si fa riferimento per la ricostruzione della matematica egiziana sono:

Le iscrizioni tombali;

Il papiro di Rhind (papiro di Ahmes)

### **Il papiro di Rhind**

Si tratta di un papiro, largo circa 30 cm e lungo circa 5,46 m, si trova ora al British Museum a eccezione di pochi frammenti conservati nel Brooklyn Museum di New York. Esso non é scritto in geroglifico ma in scrittura ieratica. Il sistema rimane quello decimale ma l'uso dei simboli è semplificato.

# I problemi nei papiri



I problemi che ritroviamo nei papiri riguardano

l'aritmetica (4 operazioni),

l'algebra (risoluzione di equazioni di primo grado e di secondo grado),

la geometria (calcolo di aree di figure piane e solide)

# La Mesopotamia



- Ci sono stati dei ritrovamenti, soprattutto in Mesopotamia, di segni grafici riconducibili al concetto di numero, scritti su tavolette d'argilla. Su queste tavolette erano segnati calcoli di tasse, le nascite, le morti e tutti quei calcoli che servivano per mantenere l'organizzazione di una città-stato.
- I documenti babilonesi, ma più in generale anche quelli mesopotamici, venivano scritti prevalentemente con dei cunei (scrittura cuneiforme) ed incisi su tavolette d'argilla morbida poi cotta in appositi forni o lasciata essiccare al sole. Tali documenti hanno quindi resistito anche alle intemperie a differenza, ad esempio, dei papiri egizi. Di conseguenza oggi disponiamo di più documentazione sulla matematica mesopotamica che su quella egizia.
- Solo nel tardo XX secolo si è cominciato a decifrare le prime tavolette con le esposizioni della matematica mesopotamica, ma soprattutto di quella babilonese. In queste tavolette risalenti all'epoca della dinastia di Hammurabi è illustrato il sistema sessagesimale, cioè il sistema a base 60 utilizzato non solo dai babilonesi ma anche in tutto il resto della Mesopotamia; un sistema sessagesimale che viene utilizzato ancora oggi per indicare la misura del tempo e degli angoli.



- Per scrivere tutti i numeri fino a 59, si utilizzano 14 simboli di cui 5 orizzontali, ognuno rappresentante 1 decina, che potevano quindi avere anche un valore doppio, triplo e via dicendo in base alla loro posizione. Poi ce n'erano 9 verticali, rappresentanti ognuno 1 unità. Lo zero inizialmente era indicato con uno spazio, successivamente, ai tempi di Alessandro il Grande si usavano due cunei obliqui per indicare il vuoto però non c'erano mai numeri per lo zero. Possiamo dire quindi che la numerazione dei Babilonesi era basata sulla ripetizione dei segni. Questo popolo sapeva calcolare l'addizione, la sottrazione, la moltiplicazione, la divisione, la potenza di un numero, l'area del cerchio e le terne pitagoriche.
- Comunque i babilonesi avevano una capacità di calcolo pari a quella della moderna notazione frazionaria decimale. Si può quindi affermare che la matematica mesopotamica era ad un livello molto più alto della matematica dei contemporanei Egizi. Infatti questi ultimi avevano grossi problemi ad effettuare già semplici calcoli mentre i Babilonesi sapevano eseguire calcoli complessi ad esempio la divisione, che veniva calcolata moltiplicando il dividendo per il reciproco del divisore, basandosi su apposite tavole dei reciproci. In conclusione si può inoltre dire che i Babilonesi sono stati autori di grandi scoperte matematiche che in futuro avrebbero preso i nomi dei loro cosiddetti inventori come l'Algoritmo di Newton e le terne di Pitagora.



- **Notazione posizionale**-introdotta in Europa solo nel medioevo, la notazione posizionale era estesa anche a valori frazionari e permetteva di eseguire facilmente calcoli a precisione indefinita.
- **Teorema di Pitagora**-i matematici babilonesi conoscevano il teorema di Pitagora; è dubbio che avessero un concetto di "teorema" come poi fu sviluppato dai greci, è indubbio che lo utilizzassero nella pratica per la risoluzione dei problemi.
- **Numerazione a base 60** -agevolava i calcoli pratici, essendo 60 divisibile in parti intere più facilmente del numero 10. Ancora oggi nel calcolo del tempo si usa tale numerazione.
- **Uso di algoritmi** -il più famoso è quello che prende il nome da Newton per il calcolo della radice quadrata di un numero e che in genere viene attribuito al matematico greco Archita vissuto nel IV secolo a.C.
- **Uso di tabelle** -per evitare i calcoli ripetitivi venivano prodotte tabelle, famosa quella dei reciproci che permetteva di evitare le difficili operazioni di divisione sostituendole con moltiplicazioni.
- **Tabelle logaritmiche**-i logaritmi sono stati scoperti in Europa da Giovanni Nepero (John Napier) nel 1600 circa. Vi sono prove che i babilonesi usavano tavole analoghe più di due millenni prima.
- **Equazioni di terzo grado**-un tipo anomalo di tabella che riporta i valori di **numeri**, tale tabella si può spiegare come strumento per la risoluzione di equazioni di terzo grado, soluzione che né matematici greci né altri troveranno mai fino a quasi duemila anni dopo

# La matematica nell'antica grecia



Nel campo della matematica – come in quello della filosofia, della politica e in tanti altri – la civiltà greca arrivò a risultati del tutto unici e le sue elaborazioni matematiche si distinguono nettamente da quelle degli altri popoli, antichi e non.

A differenza di Babilonesi, Egizi, Indiani, Cinesi, per i **Greci** fare matematica significava *dimostrare*. Anche le verità aritmetiche o geometriche apparentemente più chiare dovevano essere ricondotte a principi semplicissimi, gli assiomi, i postulati e le definizioni, e dedotte attraverso una catena di ragionamenti opportunamente disposti in teoremi, lemmi, corollari.

Questa invenzione greca della matematica 'con dimostrazione' è certo uno degli aspetti più importanti fra tutti quelli che la civiltà occidentale ha ereditato dal mondo antico; seconda per valore, forse, solo all'invenzione della democrazia politica, cui peraltro è strettamente legata. Serviva infatti un ambiente democratico per far nascere l'idea di una dimostrazione che potesse e dovesse convincere tutti quelli che condividevano principi comuni.

# Euclide, padre della geometria



Di Euclide sappiamo pochissimo. Gli storici della matematica sono però d'accordo nel dire che svolse la sua attività di matematico ad Alessandria d'Egitto, verso l'inizio del 3° secolo a.C.

In quell'epoca **Alessandria** stava diventando la capitale culturale del mondo ellenistico. Alla morte di **Alessandro Magno** (323 a.C.) l'Egitto finì nelle mani del suo generale Tolomeo. Divenuto re, Tolomeo favorì la diffusione della cultura greca cercando di attirare ad Alessandria i più famosi studiosi del mondo ellenico. A tale scopo istituì il *Mousèion*, lo "scrinio delle Muse", che era al tempo stesso un'accademia di arti e di scienze e un centro avanzato di ricerca. Poeti, musicisti, storici, scienziati, letterati e filosofi vi potevano lavorare fianco a fianco. La risorsa più preziosa del *Mousèion* era la **biblioteca**, che arrivò a possedere oltre 500.000 rotoli di papiro.

Euclide si trovò a lavorare in questo ambiente che permetteva la creazione di una comunità di matematici e lo sviluppo di grandi progetti. Uno di questi fu, senza dubbio, la compilazione degli *Elementi*, un'opera che intendeva raccogliere tutti gli strumenti concettuali indispensabili per lo studio della geometria.

# Il rigore



Una dimostrazione è condivisibile solo se tutti i matematici dispongono degli stessi principi o *elementi*. Il primo matematico che tentò di fornire un testo di questo genere fu Ippocrate di Chio (fine del 5° secolo a.C.), che svolse la sua attività nella democratica **Atene**. I suoi *Elementi* non ci sono pervenuti, ma rappresentarono la prima esposizione rigorosa dei principi e delle tecniche che devono essere utilizzati nella matematica con dimostrazione.

Gli *Elementi* di Ippocrate furono solo un punto di partenza. Nel corso del 4° secolo a.C. numerose scoperte – come l'esistenza di grandezze incommensurabili, cioè grandezze il cui rapporto è un **numero** irrazionale (per esempio la circonferenza e il suo diametro, il cui rapporto dà come valore pi greco) – e un forte dibattito filosofico (basti citare **Platone** e **Aristotele**) portarono la matematica greca a svilupparsi ben oltre il lavoro di Ippocrate e resero necessarie nuove sintesi.

Nacquero così gli *Elementi* di Euclide e, nel corso di poco più di una cinquantina d'anni, i temi affrontati nei tredici libri degli *Elementi* divennero il fondamento di ogni successiva ricerca, non solo in **geometria** e in **aritmetica**. L'opera di Euclide fu fondamentale, infatti, anche per tutti quei campi in cui i Greci cercarono di applicare la matematica: ottica, astronomia, musica, geometria pratica, meccanica, geografia e molti altri.



L'influenza degli *Elementi* sullo sviluppo della matematica è stata enorme. Furono copiati e commentati più volte nell'età antica. Gli Arabi, a loro volta, li tradussero e li studiarono a fondo, facendone la base della loro matematica. Nel Medioevo si diffusero soprattutto versioni degli *Elementi* tradotte in latino dall'arabo, anche se non mancarono traduzioni eseguite sulla base di manoscritti greci. La più importante di queste versioni latine degli *Elementi* fu quella redatta da Campano da Novara nel 13° secolo, che avrebbe dominato la scena fino a metà del Cinquecento quando furono eseguite nuove traduzioni basate su manoscritti greci.

Con l'avvento della stampa, Euclide divenne un best seller. La prima edizione della versione di Campano è del 1484; ma già nella prima metà del Cinquecento fu prodotto un numero impressionante di edizioni degli *Elementi*, sia in latino sia in molte lingue europee e perfino in cinese. I rifacimenti, le traduzioni, le edizioni commentate eseguite fino a buona parte del Seicento divennero innumerevoli.



Lo straordinario successo riscosso da Euclide non riflette solo la crescita impetuosa delle scienze matematiche nel corso del 16° e soprattutto del 17° secolo. La geometria di Euclide in quest'epoca fu anche un modello di conoscenza. Ci si interrogò su come fosse possibile dedurre un edificio così ricco e bello di verità a partire da pochi principi e postulati. Filosofi come Spinoza, vissuto in Olanda nel Seicento, adottarono il linguaggio formale della geometria e cercarono di introdurre il metodo matematico anche in filosofia. La concezione dello spazio che emerse dalla geometria di Euclide fu alla base del sistema del mondo di **Newton** e della filosofia di **Kant**.

Sarà solo nell'Ottocento e all'inizio del Novecento, con l'emergere delle *geometrie non euclidee* e con lo svilupparsi di rami della matematica e della fisica completamente nuovi (come l'analisi complessa, l'algebra astratta, la teoria della relatività e la meccanica quantistica), che questa immagine di Euclide e della conoscenza matematica come conoscenza-modello comincerà a cambiare profondamente.

La scoperta di geometrie diverse da quella euclidea portò i matematici a interrogarsi sul ruolo delle definizioni e degli assiomi, producendo nuove concezioni e programmi di ricerca. In particolare il matematico tedesco **David Hilbert** propose una nuova sistemazione della geometria euclidea (quella che studiamo a scuola) in cui metteva in evidenza il ruolo puramente formale dei concetti geometrici: ciò che conta sono solo le proprietà astratte che si possono dedurre dai postulati.

Tuttavia, anche se dai tempi dei Greci ai nostri giorni i concetti di dimostrazione, di verità e di teoria sono molto cambiati, non si può dimenticare che la nostra matematica è figlia di quella che i Greci inventarono e che Euclide espose in modo rigoroso più di duemila anni fa.

# Struttura degli “Elementi”



E' costituito da 13 libri e più di 400 dimostrazioni.

Il libro I è particolarmente importante perché in esso sono contenuti i principi sui quali si basa l'organizzazione euclidea della geometria.

Contiene 23 Definizioni, 5 Postulati, 5 Assiomi che saranno introdotti e spiegati e 48 Proposizioni.

La lista delle Definizioni introduce gli enti, cioè i termini che sono oggetto di studio del libro I. Questi enti sono suddivisi in termini primitivi e in termini definiti, quelli primitivi sono introdotti e spiegati ma non definiti tramite qualcos'altro e gli altri sono definiti a partire da quelli primitivi.

# Definizioni - termini primitivi



*1. Un punto è ciò che non ha parti.*

*2. Una linea è una lunghezza senza larghezza. (la parola linea significa curva)*

*3. Gli estremi di una linea sono punti.*

*4. Una retta è una linea che giace ugualmente rispetto ai punti su di essa.*

*5. Una superficie è ciò che ha lunghezza e larghezza.*

*6. Gli estremi di una superficie sono linee.*

*7. Una superficie piana è quella che giace ugualmente rispetto alle rette su di essa.*

# Definizioni - termini definiti



8. *Un angolo piano è l'inclusione reciproca di due linee in un piano le quali si incontrino e non giacciono in linea retta.*
9. *Quando le linee che comprendono l'angolo sono rette, l'angolo è detto rettilineo.*
10. *Quando una retta innalzata a partire da un'altra retta forma con essa angoli adiacenti e uguali fra loro, ciascuno dei due angoli è retto, e la retta si dice perpendicolare a quella su cui si è innalzata.*
11. *Dicesi ottuso l'angolo maggiore di un angolo retto.*
12. *Dicesi acuto l'angolo minore di un angolo retto.*
13. *Dicesi termine ciò che è estremo di qualche cosa.*
14. *Dicesi figura ciò che è compreso da uno o più termini.*
15. *Dicesi cerchio una figura piana delimitata da un'unica linea tale che tutte le rette che terminano su di essa a partire da un medesimo punto fra quelli interni alla figura siano uguali fra loro.*
16. *Quel punto si chiama centro del cerchio.*

# Definizioni - termini definiti



17. *Dicesi diametro del cerchio una retta condotta per il centro e terminata da ambedue le parti dalla circonferenza del cerchio, la quale retta taglia anche il centro a metà.*
18. *Dicesi semicerchio la figura compresa dal diametro e dalla circonferenza da esso tagliata, e centro del semicerchio è quello stesso che è anche centro del cerchio.*
19. *Dicesi rettilinee le figure delimitate da rette, vale a dire: figure trilatera quelle comprese da tre rette, quelle quadrilatera comprese da quattro rette e multilatera quelle comprese da più di quattro rette.*
20. *Dicesi triangolo equilatero la figura trilatera che ha i tre lati uguali, isoscele quella che ha due lati uguali e scaleno quello che ha i tre lati disuguali.*
21. *Dicesi triangolo rettangolo la figura trilatera che ha un angolo retto, triangolo ottusangolo quella che ha un angolo ottuso e acutangolo quello che ha i tre angoli acuti.*
22. *Dicesi quadrato la figura quadrilatera che ha i lati uguali e gli angoli retti.*
23. *Si dicono parallele rette giacenti nello stesso piano che, prolungate illimitatamente in entrambe le direzioni, non si incontrino fra loro da nessuna delle due parti.*



<https://www.scienzaatscuola.it/euclide.html>